２０２１年度

東京大学大学院 工学系研究科
マテリアル工学専攻
入学試験問題

マテリアル工学基礎
【第 4 問　材料力学】

2020 年 8 月 25 日（火）　15:15 ～ 16:00

- 注意事項 -

1) この問題の試験時間は 45 分である。
2) 解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。
3) 解答用紙は、1 枚目, 2 枚目, 3 枚目, 4 枚目の順に使用すること。
4) 解答用紙の裏面には答案を書かないこと。ただし、裏面を下書き用紙として使用してもよい。
5) 日本語か英語で解答すること。
6) 解答用紙は試験監督の指示に従って、試験後に 1 枚ずつすべてアップロードすること。
7) 問題の PDF ファイルはすべての試験が終了した後に完全に削除し、配布や改変は絶対に行わないこと。

Department of Materials Engineering
Graduate School of Engineering
The University of Tokyo

Entrance Examination for YR 2021

Fundamentals of Materials
【Problem 4】　Mechanics of Materials

15:15 ～ 16:00
Tuesday, August 25, 2020

- Attentions -

1) The examination duration of this problem is 45 minutes.
2) Fill in your examinee number and name on the answer sheets.
3) The answer sheets must be used in the order of sheet 1, sheet 2, sheet 3, and sheet 4.
4) Do not write your answer on the back sides of the answer sheets. However, you may use the back sides as draft sheets.
5) Answer in English or Japanese.
6) After the examination, upload all the answer sheets one by one according to the direction by the examination officers.
7) This problem PDF file must be completely deleted after all the examinations are completed and must never be distributed or modified.

（白紙 Blank sheet）

（白紙　Blank sheet）

（白紙　Blank sheet）

（白紙　Blank sheet）

【第４問】材料力学

1. 図１に示すように, 断面積がAで一様な平板試験片に荷重Pで一軸引張を負荷している状態を考える。応力が一様であるとして以下の問いに答えよ。

(1) 図１に示すように, 試験片断面から角度θ傾いた面に作用する垂直応力の大きさσ_θとせん断応力の大きさτ_θをθの関数として求めよ。また，τ_θの最大値を求めよ。

(2) 試験片が面心立方晶の単結晶であるとし，引張軸の方向を$[\bar{1}23]$とする。面心立方晶のすべり系が$\{111\}\langle 110\rangle$であるとして，主すべり面と主すべり方向の指数, ならびに主すべり系に作用する分解せん断応力を求めよ。図２に示すステレオ投影図を参考にしてもよい。

(3) (2)で求めた主すべり系に対する交差すべり系の指数を示し，そのすべり系に作用する分解せん断応力を求めよ。

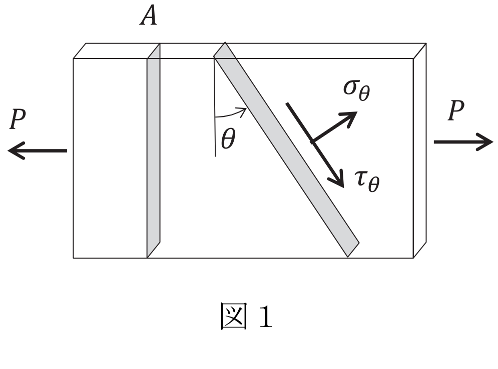


図１

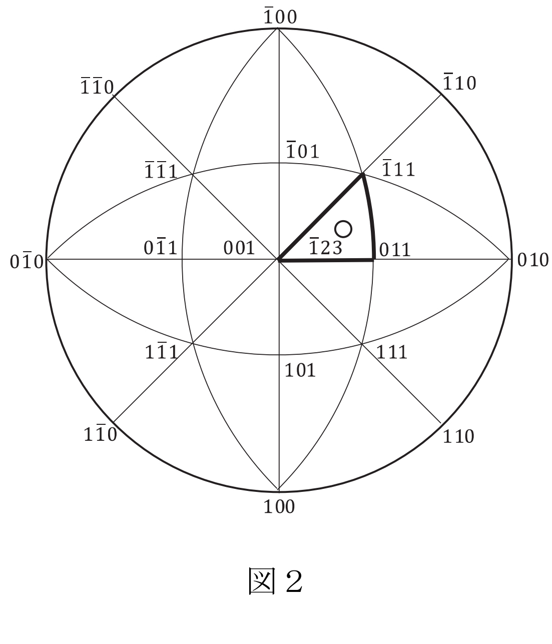


図２

2. 材料を剛性率μの等方弾性体と仮定したときの転位の相互作用に関する以下の問いに答えよ。なお，バーガースベクトルを$\mathbf{b}$，転位線の方向を表す単位ベクトルを$\mathbf{t}$としたとき，外部応力$\boldsymbol{\sigma}$のもとで転位が受ける単位長さあたりの力$\mathbf{F}$は，次式で与えられる。

$$\mathbf{F} = (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{b}) \times \mathbf{t} \qquad ①$$

また，図３に示すx_1-x_2-x_3直交座標系のx_3軸に沿った無限に長い直線状のらせん転位が作る応力場$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{screw}}$は，次式で与えられる。

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{screw}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\dfrac{\mu b}{2\pi}\dfrac{x_2}{x_1^2 + x_2^2} \\ 0 & 0 & \dfrac{\mu b}{2\pi}\dfrac{x_1}{x_1^2 + x_2^2} \\ -\dfrac{\mu b}{2\pi}\dfrac{x_2}{x_1^2 + x_2^2} & \dfrac{\mu b}{2\pi}\dfrac{x_1}{x_1^2 + x_2^2} & 0 \end{pmatrix} \qquad ②$$

ここで，bはバーガースベクトルの大きさである。

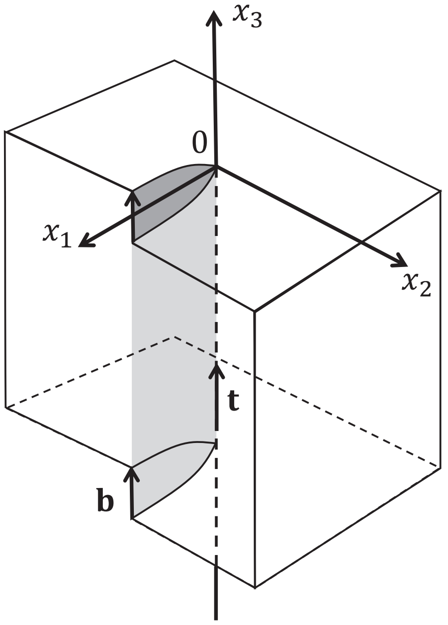
(1) 外部応力の成分のうち，$\sigma_{23} = \sigma_{32}$だけが有意な値をとる場合，$\mathbf{b} = [0,0,b]$，$\mathbf{t} = [0,0,1]$となるらせん転位に作用する単位長さあたりの力$\mathbf{F}_\sigma$を求めよ。

次に，図４に示すように，x_2-x_3平面に対し対称に$2d$の距離をおいて離れ，x_3軸に平行な1対の異符号のらせん転位を考える。転位1と転位2のバーガースベクトルはそれぞれ$\mathbf{b_1} = [0,0,b]$，$\mathbf{b_2} = [0,0,-b]$であり，転位線の方向は$\mathbf{t_1} = \mathbf{t_2} = [0,0,1]$であるとする。

(2) 転位1が転位2に及ぼす単位長さあたりの力$\mathbf{F}_{\mathrm{int}}$を求めよ。

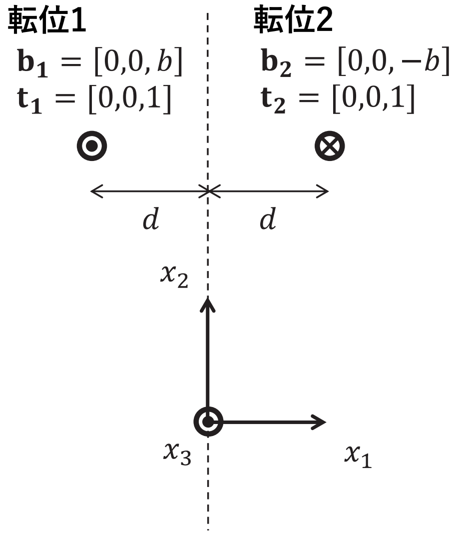
(3) 転位1と転位2が材料内に作るひずみにより生じるx_2-x_3平面（$x_1 = 0$）に作用する応力ベクトル$\mathbf{T}$を求めよ。

(4) 以上の結果をもとに，平坦な自由表面に対して平行にdの距離をおいて離れて存在する，直線状のらせん転位に働く単位長さあたりの力の大きさを求めよ。



x_3
0
x_1
x_2
$\mathbf{t}$
$\mathbf{b}$

図 3



転位1
$\mathbf{b_1} = [0,0,b]$
$\mathbf{t_1} = [0,0,1]$
転位2
$\mathbf{b_2} = [0,0,-b]$
$\mathbf{t_2} = [0,0,1]$
d
d
x_2
x_3
x_1

図 4

【Problem 4】Mechanics of materials

1. Suppose that a uniform and flat plate specimen with a cross-sectional area of A is subject to a uniaxial tension with a load, P, as shown in Figure 1. Answer the following questions assuming that the stress is uniform.
   (1) Derive the magnitude of the normal stress, σ_θ, and the magnitude of the shear stress, τ_θ, acting on the plane inclined by the angle, θ, from the cross section of the specimen as shown in Figure 1, as functions of θ. Also, derive the maximum value of τ_θ.
   (2) Suppose that the specimen is a face-centered cubic single crystal and that the direction of the tensile axis is $[\bar{1}23]$. Given that the slip system of the face-centered cubic crystal is $\{111\}\langle 110\rangle$, show the indices of the primary slip plane and direction, and derive the resolved shear stress acting on the primary slip system. You may refer to the stereographic projection shown in Figure 2.
   (3) Show the index of the cross-slip system with respect to the primary slip system obtained in (2), and derive the resolved shear stress acting on the slip system.

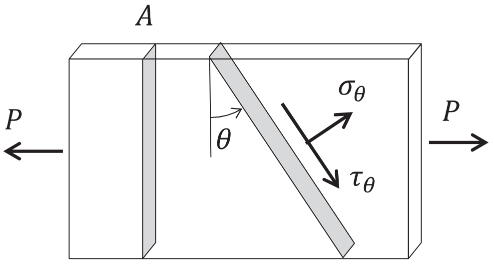


Figure 1

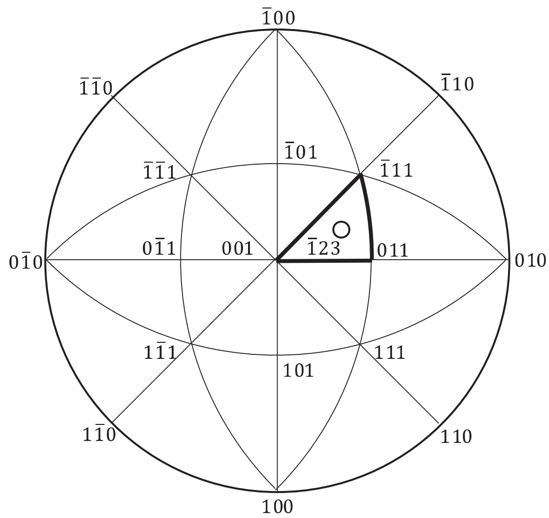


Figure 2

2. Answer the following questions about interaction between dislocations by assuming that the material is an isotropic elastic body with shear modulus, μ. When the Burgers vector is $\mathbf{b}$ and the unit vector indicating the direction of the dislocation line is $\mathbf{t}$, the force per unit length, $\mathbf{F}$, that the dislocation receives under the external stress, $\boldsymbol{\sigma}$, is given by the following equation:

$$\mathbf{F} = (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{b}) \times \mathbf{t}. \quad ①$$

The stress field, $\boldsymbol{\sigma}_{\text{screw}}$, induced by an infinitely long linear screw dislocation along the x_3 axis of the x_1-x_2-x_3 Cartesian coordinate system shown in Figure 3 is given by the following equation:

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{screw}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{\mu b}{2\pi}\frac{x_2}{x_1^2 + x_2^2} \\ 0 & 0 & \frac{\mu b}{2\pi}\frac{x_1}{x_1^2 + x_2^2} \\ -\frac{\mu b}{2\pi}\frac{x_2}{x_1^2 + x_2^2} & \frac{\mu b}{2\pi}\frac{x_1}{x_1^2 + x_2^2} & 0 \end{pmatrix}. \quad ②$$

Here, b is the magnitude of the Burgers vector.

(1) When only $\sigma_{23} = \sigma_{32}$ has a significant value among the components of external stress, derive the force per unit length, $\mathbf{F}_\sigma$, acting on a screw dislocation with $\mathbf{b} = [0,0,b]$ and $\mathbf{t} = [0,0,1]$.

Next, as shown in Figure 4, consider a pair of opposite-signed screw dislocations that are separated symmetrically with respect to the x_2-x_3 plane by a distance $2d$ and are parallel to the x_3 axis. Assume that the Burgers vectors of the dislocation 1 and the dislocation 2 are $\mathbf{b_1} = [0,0,b]$ and $\mathbf{b_2} = [0,0,-b]$, respectively, and the directions of the dislocation lines are $\mathbf{t_1} = \mathbf{t_2} = [0,0,1]$.

(2) Derive the force per unit length, $\mathbf{F}_{\text{int}}$, that dislocation 1 exerts on dislocation 2.

(3) Derive the stress vector, $\mathbf{T}$, acting on the x_2-x_3 plane ($x_1 = 0$) caused by the strain in the material induced by dislocations 1 and 2.

(4) Based on above results, derive the magnitude of the force per unit length acting on the linear screw dislocation that exists parallel to and apart from a flat free surface by a distance, d.

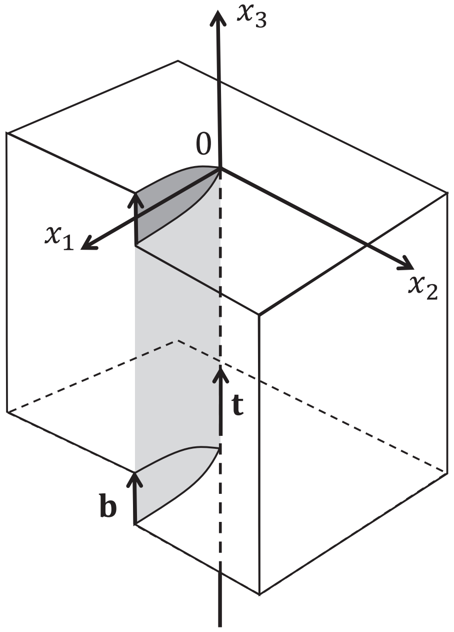


Figure 3

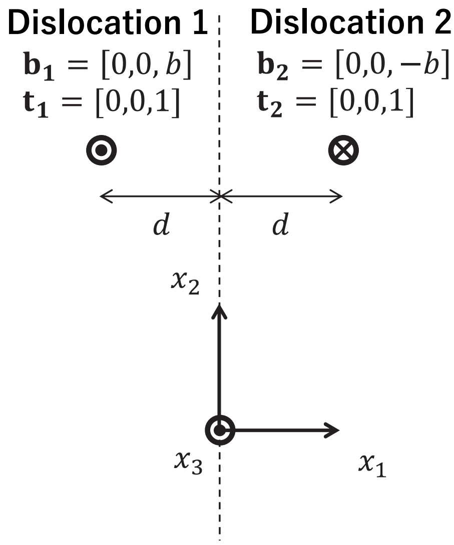


Figure 4