２０２２年度

東京大学大学院 工学系研究科
マテリアル工学専攻
入学試験問題

マテリアル工学基礎
【第２問　組織学】

2021 年 9 月 1 日（水）　11:15 ～ 12:00

受験番号(Examinee No.)					

－ 注意事項 －

1) この問題の試験時間は 45 分である。
2) 解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。
3) 解答は、4 枚の解答用紙の表面に記入すること。解答用紙には問題の番号と、解答用紙のページ番号を記入すること。
4) 解答用紙の裏面には答案を書かないこと。ただし、裏面を下書き用紙として使用してもよい。
5) 日本語か英語で解答すること。
6) 問題冊子にも受験番号を記入すること。
7) 問題冊子は持ち帰らないこと。

（白紙 Blank sheet）

（白紙　Blank sheet）

（白紙 Blank sheet）

【第２問】組織学

1. ある金属のα相からβ相への同素変態における核生成について考える。α相およびβ相の単位体積あたりの自由エネルギーをそれぞれG_αおよびG_βとし，$\Delta G_{\alpha\beta} = G_\alpha - G_\beta\ (> 0)$である。相変態に伴うβ相単位体積あたりのひずみエネルギー増分を$\Delta G_s\ (< \Delta G_{\alpha\beta})$，α相–β相界面の単位面積あたりの界面エネルギーを$\sigma_{\alpha\beta}$とする。$\sigma_{\alpha\beta}$は界面の曲率に依存しないものとする。

   (1) 図１のように，α相から球状のβ相が核生成する場合を考える。β相の半径rと系全体の自由エネルギー変化との関係を表す式を答えよ。また，臨界核半径 r_1*および核生成の活性化自由エネルギーΔG_1*を求めよ。

   (2) 図２のように，α相に存在する平面粒界から球状のβ相が核生成する場合を考える。臨界核半径 r_2* および核生成の活性化自由エネルギーΔG_2*を求めよ。このとき，平面粒界の単位面積あたりの粒界エネルギーを$\sigma_{\alpha\alpha}$とし，$\sigma_{\alpha\alpha} = k\sigma_{\alpha\beta}\ (0 < k < 1)$とする。

   (3) β相が粒界から優先的に核生成する理由を40字程度で説明せよ。

2. 金属の固相変態やコロイド粒子の結晶化など，材料の相変化現象の説明に広く用いられるJohnson-Mehl-Avrami (JMA)のモデルについて考える。図３のように体積V_0のα相から球状のβ相が核生成し，成長する場合を考える。ここでβ相は成長に伴い互いに接触してもそれぞれの成長に影響せず，球状のまま成長を続けて重なり合うと仮定する。重なり合った部分も含めたβ相の体積の総和をβ相の拡張体積V_{ex}，$X_{ex} = V_{ex}/V_0$を拡張体積率と定義する。さらに，系内の実際のβ相の体積VをV_0で割った値を真の体積率Xと定義する。ここで以下の4つを仮定する : i) 時刻$t = 0$にβ相は存在しない，ii) 核の大きさは無視できるほど小さい，iii) 各β相の中心は移動しない，iv) 核生成はすでにβ相に変

態した領域を含むすべての領域で等しく起こる。V_0は十分大きく, Xの増分を$\mathrm{d}X$，X_{ex}の増分を$\mathrm{d}X_{ex}$とおくと，$\mathrm{d}X = (1 - X)\mathrm{d}X_{ex}$の関係が成り立つとする。

(1) $X = 1 - \exp(-X_{ex})$となることを導け。

(2) 単位時間，単位体積あたり新たに発生するβ相の核の数をI_Vとすると，時刻τから$\tau + \mathrm{d}\tau$の間に生成する核の総数は$V_0 I_V \mathrm{d}\tau$で与えられる。生成した球状のβ相がすべての方向に対して一定の線成長速度K_Vで成長する場合，tにおけるX_{ex}およびXを求めよ。I_Vは時間に依存しないものとする。

次に，上記の考え方を厚さを無視できる系に応用する。
面積A_0のα相から円状のβ相が核生成し，成長する場合を考える。ここで，β相の拡張面積をA_{ex}，β相の実際の面積をAとし，$Y_{ex} = A_{ex}/A_0$，$Y = A/A_0$である。A_0は十分大きく，$Y = 1 - \exp(-Y_{ex})$の関係が成り立つとする。

(3) 生成した円状のβ相がすべての方向に対して一定の線成長速度K_Aで成長する場合，tにおけるY_{ex}およびYを求めよ。ここで，単位時間，単位面積あたり新たに発生するβ相の核の数をI_Aとし，I_Aは時間に依存しないものとする。

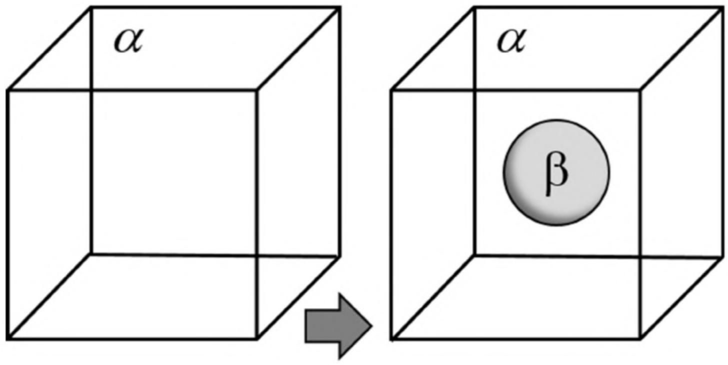

図 1

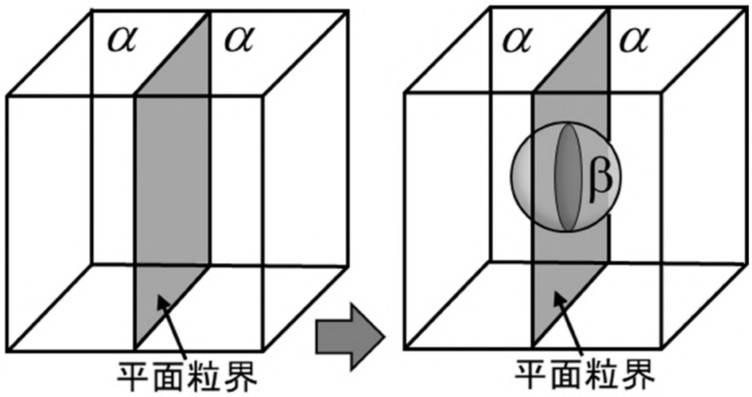

図 2

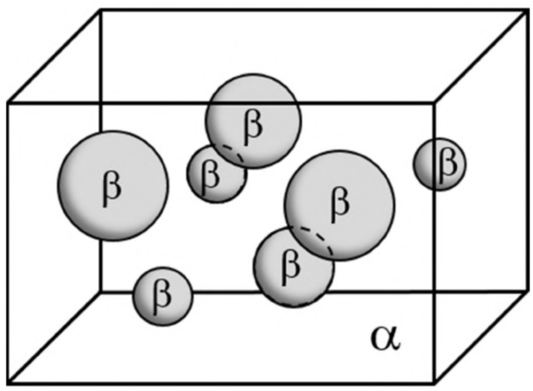

図 3

【Problem 2】Metallography

1. Consider the nucleation of allotropic transformation from α phase to β phase for a metal. $\Delta G_{\alpha\beta}$ is defined as $\Delta G_{\alpha\beta} = G_{\alpha} - G_{\beta}$ (> 0), where G_{α} and G_{β} are the free energy of α phase and β phase per unit volume, respectively. ΔG_{s} (< $\Delta G_{\alpha\beta}$) denotes the strain energy increment per unit volume of β phase associated with nucleation, and $\sigma_{\alpha\beta}$ denotes the interfacial energy per unit area at the interface of α and β phases. Assume that $\sigma_{\alpha\beta}$ is independent of curvature of the interface.

(1) Consider the case where a spherical β phase nucleates in α phase as shown in Figure 1. Answer the equation showing the relationship between radius r of the β phase and change in total free energy of the system. Then, obtain the critical radius of nucleus r_1* and the activation free energy of nucleation ΔG_1*.

(2) Obtain the critical radius of nucleus r_2* and the activation free energy of nucleation ΔG_2* when a spherical β phase nucleates on a planar grain boundary existing in the α phase as shown in Figure 2. Let $\sigma_{\alpha\alpha} = k\sigma_{\alpha\beta}$ ($0 < k < 1$), where $\sigma_{\alpha\alpha}$ is the grain boundary energy of the planar grain boundary per unit area.

(3) Explain the reason why β phase nucleates preferentially from the grain boundary in about 30 words.

2. Let us consider the Johnson-Mehl-Avrami (JMA) model, which is widely employed to explain phase transition of materials such as the solid phase transformation in metals and the crystallization of colloidal particles. Now, consider a case where spherical β phases nucleate and grow in the α phase of volume V_0, as shown in Figure 3. Assume that β phases keep growing in a spherical shape and overlap each other, where the growth of β phases is not influenced by their impingement during the growth. The sum of volumes of β phases including the overlap is defined as the

extended volume of β phase V_{ex}. The extended volume fraction X_{ex} is defined as V_{ex}/V_0. Moreover, the true volume fraction X is defined as V/V_0, where V is the value of actual volume of the β phase. Here, following 4 assumptions are made; i) there is no β phase at time $t = 0$; ii) the size of nuclei is negligible; iii) the center of each β phase does not move; iv) nucleation occurs equally in all regions including the region already transformed to β phase. Since V_0 is sufficiently large, let $\mathrm{d}X = (1 - X)\mathrm{d}X_{ex}$, where $\mathrm{d}X$ is the increment of X, and $\mathrm{d}X_{ex}$ is the increment of X_{ex}.

(1) Derive the relationship, $X = 1 - \exp(-X_{ex})$.

(2) The total number of nuclei formed between time τ and $\tau + \mathrm{d}\tau$ is given as $V_0 I_V \mathrm{d}\tau$, where I_V is the number of newly formed nuclei of β phase per unit time and unit volume. Derive X_{ex} and X at t when all of the formed spherical β phases grow toward all directions at a constant line growth rate K_V. Assume that I_V is independent of time.

Next, the concept discussed above is applied to the system whose thickness is negligible.

Consider the case where the β phases nucleate and grow in a circular shape in the α phase of area A_0. Here, $Y_{ex} = A_{ex}/A_0$ and $Y = A/A_0$, where A_{ex} denotes the extended area of the β phase, and A denotes the actual area of the β phase. Since A_0 is sufficiently large, let $Y = 1 - \exp(-Y_{ex})$.

(3) Derive Y_{ex} and Y at t when all of the formed circular β phases grow toward all directions at a constant line growth rate K_A. Assume that I_A is the number of newly formed nuclei of β phase per unit time and unit area and independent of time.

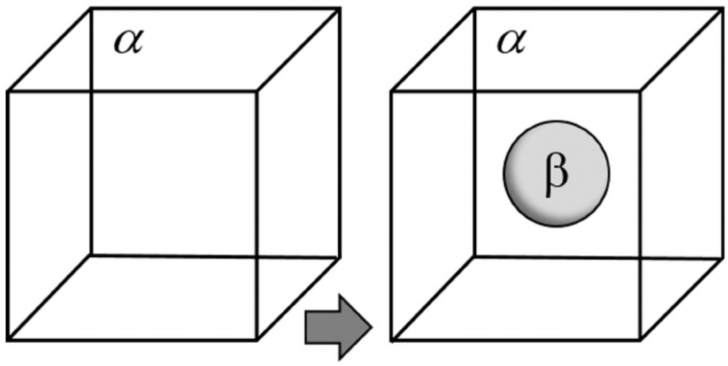

Figure 1

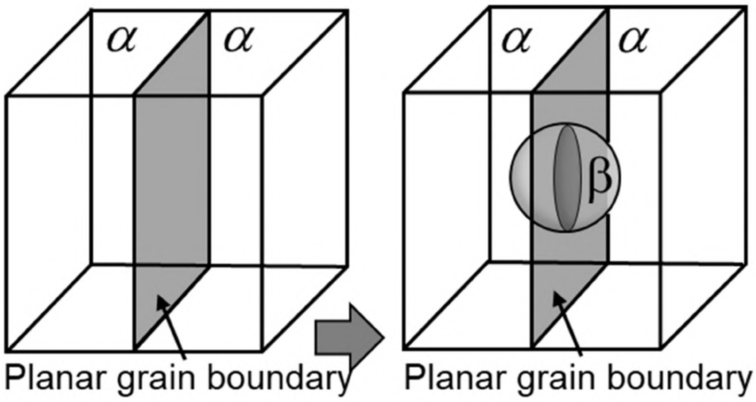

Figure 2

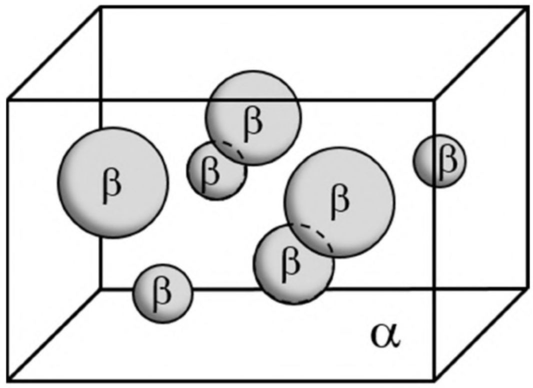

Figure 3

（白紙 Blank sheet）

（白紙　Blank sheet）

Department of Materials Engineering
Graduate School of Engineering
The University of Tokyo

Entrance Examination for YR 2022

Fundamentals of Materials
【Problem 2】 Metallography

11:15 ～ 12:00
Wednesday, September 1, 2021

Examinee No.					

- Attentions -

1) The examination duration of this problem is 45 minutes.
2) Fill in your examinee number and name on the answer sheets.
3) You must use only the front side of four answer sheets. Write down the problem number and sheet number of answer sheets on each answer sheet.
4) Do not write your answer on the back side of the answer sheets. However, you may use the back side as draft sheets.
5) Answer in English or Japanese.
6) Fill in your examinee number on the booklets.
7) The booklets must NOT be taken out after the exam.